Revista INTERSEÇÃO
IDENTIDADES E GERAÇÕES
ISSN 2675-5955

Revista INTERSEÇÃO
Universidade Estadual de Alagoas - Uneal

LÓGICA, FILOSOFIA E MATEMÁTICA: UMA ANÁLISE SOBRE ALGUNS PARADOXOS MATEMÁTICOS E SUA INFLUÊNCIA NO ENSINO APRENDIZAGEM

LOGIC, PHILOSOPHY AND MATHEMATICS: AN ANALYSIS OF SOME MATHEMATICAL PARADOXES AND THEIR INFLUENCE ON TEACHING LEARNING

RESUMO

O presente artigo representa uma análise interdisciplinar envolvendo alguns paradoxos Matemáticos, que além de estarem associados à matemática, perpassam a lógica e a filosofia. A pesquisa em questão tem como finalidade a aplicação da intuição como método falho por meio de paradoxos Matemáticos em conteúdos programático, sendo assim, demonstrando uma ferramenta metodológica voltada para o ensino aprendizagem dos educandos. Para isso, foi aplicada uma aula experimental em três turmas de Ensino Fundamental, quando realizamos uma intervenção didática seguida por uma atividade avaliativa. Ao final da intervenção foi enviado aos alunos um questionário avaliativo sobre a metodologia executada e tópicos trabalhados em sala de aula. Constatou-se que, os alunos apesar de não terem conhecimento prévio sobre alguns fundamentos e paradoxos apresentados, puderam contribuir com a aula a partir de relatos individuais e experiências próprias que fizeram ligação com o objetivo do trabalho em questão, gerando em diálogo proveitoso e uma troca de conhecimentos entre os educandos.

Palavras-chave: Lógica, Filosofia, Interdisciplinaridade.

ABSTRACT

This article represents an interdisciplinary analysis of some mathematical paradoxes, which, in addition to being associated with mathematics, permeate logic and philosophy. The research in question aims to apply intuition as a flawed method through mathematical paradoxes in syllabus, thus demonstrating a methodological tool aimed at teaching and learning of students. For this, an experimental class was applied in three elementary school classes, followed by slides consisting of photos, paradoxes and questions with the initial purpose of debate, as well as the application of a practical evaluation activity. At the end of the intervention, an evaluative questionnaire was sent to the students on the methodology used and topics worked on in the classroom. It was found that, despite not having prior knowledge about some of the fundamentals and paradoxes presented, they were able to contribute to the class based on individual reports and their own experiences that made a connection with the objective of the work in question, generating a fruitful dialogue and a exchange of knowledge among students.

Keywords: Logic, Philosophy, Interdisciplinarity.

Samila Dezinho da Silva
UNEAL
Professora.samila22@gmail.com
ORCID: 0000-0002-7951-7218

Introdução

A pesquisa em questão tem como finalidade a aplicação da intuição como método falho por meio de paradoxos matemáticos em conteúdos programáticos, e de como essa ligação entre o mundo ilusório e o mundo das exatas pode ser de grande valia para o ensino aprendizagem. Sendo assim, demonstrar uma ferramenta metodológica eficaz voltada para o ensino da matemática, aperfeiçoando o raciocínio lógico de cada educando.

Uma explicação para o porquê de tantos matemáticos aprofundarem seus estudos também em filosofia, se dá por sua relevância investigativa e por essa ciência ter uma visão tão crítica e completa do universo. Do grego, o termo filosofia significa "amor ao conhecimento".

Porfirio (2021) nos traz uma ideia de que para os gregos pré-socráticos a Filosofia era uma maneira racional de se investigar a origem do universo por meio da formulação de teorias contrárias, sendo também um campo do conhecimento que está fortemente ligada com a matemática, assim como a lógica, que por muito tempo foi uma área da filosofia até que George Boole e Augustus de Morgan apresentaram os fundamentos da lógica algébrica passando a ser uma área dentro da matemática.

A lógica tem origem na palavra grega logos, que significa razão, argumentação ou fala. Logo, quando falamos que algo "tem lógica", quer dizer que aquilo tem argumento racional, que faz sentido. Na matemática, estudamos alguns dos princípios lógicos, que fazem parte da lógica clássica (ainda área da filosofia), criados por Aristóteles; princípio de identidade, princípio da não-contradição, entre outros.

Também estudamos a lógica matemática, como as proposições, conectivos etc. Entendendo toda a ligação entre filosofia, matemática e lógica, vemos a criação de paradoxos matemáticos, que são nada mais que problemas considerados extremamente complexos de serem resolvidos, e que possuem ligação entre essas três áreas de conhecimento. Paradoxo é uma proposição que, apesar de aparentar um raciocínio coerente, demonstra falta de nexo ou de lógica, escondendo contradições decorrentes de uma análise incorreta de sua estrutura interna.

Na filosofia, paradoxo significa o que é aparentemente contraditório, mas que apesar de tudo tem sentido. Na matemática ou na lógica, paradoxo significa contradição

ISSN 2675-5955
DOI: 10.48178/intersecao.v6i1.571

deduzida no seio dos sistemas lógicos e das teorias matemáticas. Os paradoxos foram relativamente importantes para os lógicos, matemáticos e filósofos; conseguiram "abalar" vários fundamentos matemáticos, dando a entender que precisavam de teorias e bases mais concretas. Mas, será que os fundamentos estudados atualmente são confiáveis? Será que a matemática realmente conseguiu ser invulnerável?

Surgimento da Lógica Aristotélica como precursora da Lógica Matemática

Os estudos sobre lógica tiveram início com Aristóteles (384-322 a.C.), um importante filósofo grego. Um dos pensadores com maior influência na cultura ocidental, ao descobrir o que separava os seres humanos dos animais: a linguagem. Esse fato o levou a criar assim, uma ciência que seria capaz de classificar, ter sentido e validade em seus enunciados. (Porfirio, 2021) Aristóteles descobriu que todo conhecimento válido emitido por enunciados deveria respeitar três princípios, que seriam:

- Princípio da identidade: admite identidade dos seres e das coisas. Podemos dizer que "B" é "B".
- Princípio da não-contradição: esse princípio diz que a identidade de algo não pode ser ela e não ser ela ao mesmo tempo e sob o mesmo aspecto. É impossível que Maria seja Maria e não seja Maria ao mesmo tempo e sob o mesmo aspecto.
- Princípio do terceiro excluído: dizemos que algo é ou não é, sem terceira possibilidade.

Podemos afirmar que Maria é Maria ou não é Maria, não há outra possibilidade. O silogismo é a expressão máxima da lógica aristotélica. Silogismo é uma estrutura linguística dedutiva, baseada em premissas e numa conclusão.

Premissa maior: A é B; Premissa menor: B é C Conclusão: C é A.

Saindo da Lógica na filosofia chegamos então na lógica matemática, que foi desprendida da filosofia, graças aos trabalhos de George Boole (1815-1864), um matemático inglês, criador da "Álgebra Booleana", e Augustus de Morgan (1806-1871), matemático e professor indiano. Escreveu trabalhos sobre os fundamentos de álgebra, cálculo diferencial, lógica e teoria das probabilidades. Juntos publicaram os fundamentos da chamada Álgebra da lógica (Abar, 2004).

ISSN 2675-5955
DOI: 10.48178/intersecao.v6i1.571

A Lógica Matemática tem por ferramenta importante a tabela verdade que possibilita o entendimento da junção dos enunciados linguísticos, visto a pouco, com as proposições matemáticas e dentro dessa junção existem os símbolos que funcionam como "pontes" para essa linguagem ter sentido completo.

Após essa breve apresentação sobre a origem da lógica tanto filosófica como matemática, podemos então entrar na discussão: de que maneira a filosofia e a matemática junto a lógica caminharam de forma intrínseca por séculos?

Matemática X Filosofia

O pensamento filosófico na matemática é uma ferramenta importante na construção do conhecimento científico, e como fundamento para isto, temos: Tales de Mileto, nasceu na cidade de Mileto aproximadamente no ano 625 a.C.

Tales, ao trazer a Matemática para a Grécia, iniciou um modo de cultivo sistemático do conhecimento matemático, o que lhe proporcionou uma maior precisão para os estudos astronômicos e lhe permitiu formular o Teorema de Tales, foi o primeiro a estabelecer as bases racionais para a geometria. (Da Silva, [2021?])

Bertrand Russell (1872-1970) apesar de sua imensa produção filosófica, que aborda assuntos como física, lógica, religião, educação e moral, Russell nunca foi uma personalidade estritamente acadêmica. Em 1910 publicou o primeiro volume da obra "Principia Mathematica", se destacou por suas obras em filosofia matemática (Frazão, 2019). Bernard Bolzano, nasceu e morreu em Praga, Tchecoslováquia.

Em 1817 publicou o livro "Rein Analytisches Beweis", provando através de métodos aritméticos o teorema de locação em Álgebra, exigindo para isso um conceito não geométrico de continuidade de uma curva ou função, dedicou-se ao estudo das funções e foi filósofo (Da Silva, 2021).

Diante de vários exemplos de autores renomados no mundo da matemática, podemos perceber que a matemática como já dito antes, andou lado a lado com a filosofia, influenciando posteriormente várias teorias e fundamentos dentro das ciências exatas. A Matemática, como a conhecemos hoje, surgiu no Antigo Egito e no Império Babilônico, por volta de 3500 a.C.

ISSN 2675-5955
DOI: 10.48178/intersecao.v6i1.571

Porém, na pré-história, os seres humanos já usavam os conceitos de contar e medir. Por isso, a matemática não teve nenhum inventor, mas foi criada a partir da necessidade das pessoas em medir e contar objetos. (BEZERRA [2021?]). Conforme Bicudo e Garnica (2011, p. 39) a Filosofia da Matemática "[...] define-se por proceder conforme o pensar filosófico, ou seja, mediante a análise crítica, reflexiva, sistemática e universal, ao tratar de temas concernentes à região de inquérito da matemática." "[...] Para Platão (427-347 a.C.), filósofo grego da antiguidade, nasceu em Atenas, Grécia, provavelmente no ano 427 a.C.

Sua filosofia é baseada na teoria de que o mundo que percebemos com nossos sentidos é um mundo ilusório, confuso, os objetos matemáticos eram repletos de perfeição e verdade, eram ideias que só eram acessíveis através do conhecimento.

E talvez, que por esses pensamentos seria considerado um filósofo "cabeça nas nuvens [...]" (Mondini, 2009, p. 21) As ideias de Aristóteles livram o homem de ser apenas um descobridor e o colocam como construtor do mundo matemático. E por esse motivo, sendo criada e pensada pelo "homem", seres imperfeitos, a matemática também resultaria em uma ciência com imperfeições.

Uma ciência que passa por continuadas crises de fundamentos, por se tratar ainda de princípios imperfeitos. É graças a essas "crises" que nascem os paradoxos, que posteriormente dão vida a três escolas filosóficas, cada uma com sua visão matemática e lideradas por Gottlob Frege e Bertrand A. W. Russell, Luitzen Egbertus Jan Brouwer (L. E. J. Brouwer) e David Hilbert.

Paradoxos Matemáticos e o Nascimento das Escolas Filosóficas

A crise dos fundamentos matemáticos, ligada a contradições na teoria dos conjuntos, foi de grande importância, uma vez que,

> [...] se transforma na questão central no interior das importantes controvérsias do início do século XX. Na tentativa de restabelecer credibilidade aos fundamentos da Matemática, surgiram três escolas principais: o Logicismo, o Intuicionismo ou Construtivismo e o Formalismo (Costa, 2008, p. 38).

Esta crise está relacionada a paradoxos encontrados dentro dos conceitos de conjuntos, sendo assim,

ISSN 2675-5955
DOI: 10.48178/intersecao.v6i1.571

> Os paradoxos da teoria dos conjuntos conduziram os embates filosóficos ao clímax, que levou ao surgimento de três grandes escolas filosóficas da Matemática: a escola logicista de Russell (1872 – 1970), a escola formalista de Hilbert (1862 – 1943) e a escola intuicionista de Brouwer (1881 - 1966) (Kessler, 2001, p. 237).

A criação dessas escolas filosóficas tinha como objetivo principal a nova estruturação da matemática e uma clara compreensão dela. Segundo Mondini (2008) a escola do Logicismo tinha como meta a apresentação de uma Matemática em moldes completos, ou seja, uma Ciência pronta, em linguagem simbólica, almejando sua simplificação no que concerne à sua apresentação.

> [...] Frege, Russell e a quase totalidade dos lógicos modernos adotam o princípio metodológico de que é possível, recorrendo-se unicamente a princípios lógicos, reduzir-se uma proposição não obviamente verdadeira a outras que assim o sejam (Machado. 2005, p. 26).

A segunda escola que ganhou amplo destaque e que seria contrária aos pensamentos da Logicista, foi chamada de Intuicionistas, que tinham como alicerce, a edificação da matemática por meio da intuição.

Os intuicionistas tiveram como representante L. E. J. Brouwer, e admitia segundo Machado (2005), "[...] que a Matemática poderia ser construída através de métodos construtivos finitos, a partir dos números naturais, os quais são subsidiados aos sujeitos através de uma intuição fundamental." "[...] As entidades abstratas existiam somente quando eram construídas pela mente humana. Desse modo, o que não partisse da intuição não era Matemática" (Mondini, 2008, p. 5).

A última escola, apresenta como alvo percepções formalistas, tendo como maior representante David Hilbert, que adotou ideias de Immanuel Kant (1724-1804), filósofo alemão, fundador da "Filosofia Crítica". Publicou diversas obras na área das Ciências Naturais e da Física. O objetivo primeiro do Formalismo era provar que as ideias matemáticas estavam isentas de toda e qualquer contradição, vislumbrando para isso a Axiomatização da Matemática, tendo como objetivo principal livrar a Matemática dos paradoxos que assombravam os pesquisadores da época (Mondini, 2008).

Hilbert empregou as ideias de Kant para fins de extinção dos paradoxos, ele buscava a construção de "objetos" matemáticos através da lógica como instrumento fundamental, não como propunham os Logicistas que buscavam reduzir a Matemática em

ISSN 2675-5955
DOI: 10.48178/intersecao.v6i1.571

termos lógicos como já foi discutido (Costa, 2008). Caso os formalistas alcançassem seu objetivo, tornando esta ciência resistente e consistente, a Matemática se tornaria livre de paradoxos e contradições (Mondini, 2008).

Podemos assim dizer que, a matemática atual é fruto de todas essas fragilidades, readaptações e pesquisas, estando menos propícia a cair em colapso. Porém, não se deve esquecer de que esta ciência foi aperfeiçoada e desenvolvida por humanos, que podem naturalmente cometer erros, apesar de mínimos. Logo, pode-se dizer, ainda que com fundamentos consistentes, trata-se de uma ciência imperfeita.

Conhecendo os principais paradoxos e a relação com as Teorias Matemáticas

Paradoxo de Russell ou (Paradoxo Do Barbeiro)

O primeiro paradoxo que ganhou grande destaque foi o paradoxo de Russell ou paradoxo do barbeiro. Bertrand Russell foi o criador desse paradoxo; enquanto trabalhava em seu livro Os Princípios da Matemática, ele descobriu um paradoxo que expunha uma falha nos fundamentos da Teoria dos Conjuntos, de Georg Cantor, matemático nascido em 1845, criador da teoria dos conjuntos, uma das mais notáveis inovações matemáticas dos últimos séculos. Porém, com essa descoberta, acaba abalando o mundo da matemática, e evidenciando falhas na ciência considerada até então perfeita. Segundo a teoria de Cantor, um conjunto pode conter outros conjuntos, inclusive a si mesmo. Mas isso não é verdade para todos os conjuntos, já que existem alguns que não podem conter a si mesmos.

Partindo disso, Russell criou um grupo onde abriga um conjunto que contém todos os conjuntos que não contém a si mesmos. Para entender melhor suas ideias, Russell o definiu na linguagem popular, como o exemplo do barbeiro que diz que em uma cidade há apenas um barbeiro, e esse barbeiro só pode fazer a barba de quem não se barbeia sozinho; então chegamos a um questionamento, "quem faz a barba do barbeiro?".

Se outra pessoa fizer sua barba, ele estará na categoria dos que não se barbeiam sozinhos, mas só ele pode fazer a barba de quem não se barbeia sozinho. Então, ninguém pode fazer sua barba. Ao se supor que algo contém tudo em um dado momento chegaremos a uma contradição; então, dada uma restrição a esse conceito, por meio do "coração" desse paradoxo, temos que:

ISSN 2675-5955
DOI: 10.48178/intersecao.v6i1.571

Dado X conjunto, então $X \in X$?

Se a resposta for não, que ele não pertence a si mesmo, então se encaixa no grupo dos conjuntos que não contém a si mesmos. Mas, se ele se encaixa nesse grupo, então, é um conjunto que pertence sim a si mesmo, e se ele pertencer a si mesmo, não poderá fazer parte do conjunto, já que ele só abriga conjuntos que não pertencem a si mesmos.

Então, identificamos o Paradoxo, a afirmação levando a negação e a negação levando a uma afirmação. Contudo, ao analisar um conjunto que não contém o conjunto de todos os conjuntos, temos que: Seja U conjunto qualquer, teremos que construir X tal que $X \notin U$.

Paradoxo De Sorites (Paradoxo Do Monte)

O termo é atribuído ao filósofo grego Eubulides de Mileto, que em sua época, por volta do século IV a.c, tinha o apreço em passar seu tempo na busca de problematização de certas sistematizações para o "pesadelo" de vários filósofos; dentre essa busca está o paradoxo de sorites.

"Sorites" vem da palavra "soros" que significa "monte ou pilha", pelo seu nome podemos deduzir que possivelmente tenha sido o primeiro paradoxo de referência para o conceito de monte ou pilha.

Esse paradoxo se aplica a várias situações em nossa linguagem, mas a título de compreensão analise as seguintes exemplificações: Considere o conceito de monte de areia, agora especificamente, considere um aglomerado de 1.000 grãos de areia. Concordamos que um aglomerado de 1.000 grãos de areia seja considerado um "monte", certo? E um aglomerado de 999 grãos de areia também podemos considerar um monte, certo? Afinal, a retirada de apenas 1 grão de areia não vai ser o motivo pelo qual mudaremos o conceito de "monte", e pela mesma lógica, um aglomerado de 998 grãos de areia também vai ser considerado um monte, pois a retirada de mais um grão de areia não vai ser ponto chave para a desconsideração do conceito de monte.

O paradoxo se estabelece porque é impossível responder essas perguntas definitivamente. Já que, além da concepção individual, de que o que é monte para um indivíduo pode não ser considerado um monte para outrem, nos permite avaliar que não existe um número/ quantidade exata para algo ser monte ou deixar de ser, e ainda,

ISSN 2675-5955
DOI: 10.48178/intersecao.v6i1.571

mostrar falhas e incoerências em determinados conceitos na linguagem natural, deixando-a suscetível a este paradoxo, o que não ocorre com a linguagem matemática, com a linguagem lógica-dedutiva.

Paradoxo de Zenão ou (Paradoxo de Aquiles e da Tartaruga)

Esse paradoxo foi criado pelo Filósofo Zenão de Eleia, que nasceu em 488 a.C. na cidade de Eléia, foi um dos grandes filósofos pré-socráticos da filosofia antiga grega. Discípulo de Parmênides, Zenão contribuiu para o pensamento filosófico formulando diversos paradoxos para comprovar as falhas nas teses contrárias ao pensamento de seu mestre e tinha como objetivo defender a ideia das fragilidades e inconsistências nos conceitos de movimento, e divisibilidade.

Em uma linguagem mais popular, temos que Aquiles e a tartaruga estão em uma corrida, a tartaruga tem um avanço em relação a Aquiles, e este nunca consegue alcançar a tartaruga, porque quando Aquiles chega ao ponto do qual a tartaruga partiu, esta já se adiantou. Supondo que Aquiles está em uma certa posição, digamos que 0 e a tartaruga a 100 metros na sua frente; temos então a velocidade de Aquiles, Va, e a velocidade da tartaruga, Vt; sabendo que a velocidade de Aquiles é bem maior do que a da tartaruga, então temos que Va >Vt.

Iniciada a corrida, com a tartaruga em vantagem de distância, veremos que quando Aquiles chegar no ponto 100 da tartaruga, ela já vai ter andado um pouco mais, certo? E depois de mais algum tempo, Aquiles chega a posição da tartaruga, mas ela já vai ter andado mais um pouco, e assim sucessivamente. Mas, por que Aquiles nunca ultrapassa a tartaruga? Supomos que: $Va = 100$ m/s (velocidade de Aquiles) $Vt = 10$ m/s (velocidade da tartaruga) indicando X como suas posições, teremos que:

Quadro 1 - Comparação entre as posições de Aquiles e a tartaruga

A=0	T=100
100	110
110	111
111	111,1
...	...

Fonte: Autora (2020)

ISSN 2675-5955
DOI: 10.48178/intersecao.v6i1.571

Nota-se que sempre que Aquiles chega na tartaruga ela já está um pouco à frente. Colocamos então o tempo junto as posições:

Quadro 2 - Comparação entre as posições, a partir dos tempos, de Aquiles e a tartaruga.

T(s)	a= 0	t= 100
0	100	110
1	110	111
1,1	111	111,1
1,11	...	...
...	...	...

Fonte: Autora (2020)

Percebemos que o tempo cresce em uma progressão geométrica com razão menor que 1, apesar que ele esteja aumentando, ele aumenta cada vez de forma mais lenta, então, não se trata de tempo de forma linear, e por isso temos esse paradoxo. Se pensarmos em tempo com parcelas sempre iguais, o Aquiles com toda certeza iria ultrapassar a tartaruga, porém, não é o caso; ele sempre chegará no limite, cada vez mais próximo, porém, não irá ultrapassá-la.

Metodologia

A intervenção foi feita com três turmas de 6° ano, de uma escola pública municipal, do município de Limoeiro de Anadia, distrito pé leve. De acordo com o livro dos alunos, é iniciado o conteúdo utilizando medidas estimativas, então, relacionando estimativas com o conceito de intuição foi apresentado uma série de slides contendo várias perguntas, imagens ilusórias e apresentação de paradoxos.

Foi realizada apenas 1 aula em cada turma, com duração de 1 hora. Como introdução a aplicação foram colocados os slides com algumas perguntas para que houvesse um envolvimento entres os educandos. Primeiro uma relação com o conteúdo anterior e o cotidiano de cada um, em seguida alguns questionamentos sobre estimativas de medições, um pouco sobre definição de intuição e o que os alunos acreditavam ser.

Logo após esse momento de troca de ideias e experiências, foram apresentados dois paradoxos: O paradoxo de Sorites e o paradoxo do hotel Hilbert. Como apresentado

ISSN 2675-5955
DOI: 10.48178/intersecao.v6i1.571

anteriormente na descrição do paradoxo, nenhum dos alunos foi apto a apresentar uma resposta que se sustentasse, pois, ao dizer que algo seria considerado um monte com 100 coisas uma sobre a outra, tornava-se contraditório quando o outro colega retrucava dizendo que também seria considerado um monte 99 coisas uma sobre a outra.

Em seguida, foi apresentado o paradoxo do hotel Hilbert, como foi direcionado para uma turma de 6° ano, a linguagem foi simplificada, mas o intuito foi o mesmo, descobrir o conhecimento que eles tinham sobre infinito, e mostrar a eles, mais um caso de contradição.

Por fim, foi apresentado imagens ilusórias do artista gráfico Maurits Cornelis Escher, seu trabalho lida com a arquitetura, a perspectiva e os espaços impossíveis, continuando ainda hoje a surpreender e admirar milhões de pessoas em todo o mundo. As turmas ficaram empolgadas com a apresentação dessas figuras e como é confuso descrevê-las ao certo, verificando-se assim como a intuição pode ser falha e nos enganar.

Para concluir e analisar o conhecimento sobre estimativas, foram feitas algumas questões sobre medições, dando início ao próximo assunto, onde os alunos poderiam, a partir de deduções e intuição, relacionar medidas a determinados objetos presentes em sala, sem a utilização de instrumentos de medidas, e só depois de feitas as estimativas, elaborar uma comparação sobre o conhecimento dedutivo e o real, fazendo uso dos instrumentos apropriados estudados na unidade de medidas posteriormente.

Como forma de avaliação do aprendizado e sobre a aula, foi elaborado um questionário referente aos tópicos demonstrados e sobre os temas abordados; como esperado não houve o mesmo número de respostas dos alunos que estavam em sala na aplicação, sendo recolhido apenas 19 respostas.

Resultados e Discussões

Poucos sabem da existência de paradoxos matemáticos, ou se sabem não imaginam porque foram criados, para que finalidade e quais seriam seus benefícios sendo empregados dentro do contexto escolar e por isso foi criado esse trabalho que, através da análise de alguns paradoxos, vem com o intuito de inseri-los nos conteúdos programáticos trabalhando como principal foco a intuição.

ISSN 2675-5955
DOI: 10.48178/intersecao.v6i1.571

O objetivo da proposta foi trazer através dos paradoxos, a ideia de que a intuição, as vezes falha e então faz-se necessário o uso do método dedutivo; para exemplificar esta situação, trazemos como proposta iniciar o assunto Unidades de Medidas, depois de termos visto com a turma uma Introdução à Geometria Espacial. Na convicção de que essa proposta pode ser apresentada aos alunos no início de vários assuntos que o professor desenvolve no ensino básico, iniciamos o assunto de Unidades de Medida, pois era nesse ponto que a docente/pesquisadora se encontrava com suas turmas.

Formulando uma conversa/debate em classe com alguns questionamentos foi perceptível a participação ativa dos alunos e a animação em contribuir com a disciplina a partir de seus conhecimentos prévios.

E assim, foi iniciado um debate sobre o que seria infinito, e qual a estratégia de Hilbert para alocar infinitas pessoas dentro de um hotel, bem, os alunos "quebraram" a cabeça tentando entender o que Hilbert pensou para achar possível, segundo eles, uma grande contradição se tornar real, e era justamente esse o objetivo. E mais uma vez, conseguiram perceber que a intuição foi falha.

Depois da identificação de cada turma, a próxima pergunta foi a respeito do entendimento individual acerca das explicações sobre o assunto de geometria espacial, sendo colocado três opções, para acolher aqueles que porventura entenderam de forma parcial.

Considerações Finais

Como tratado durante todo o trabalho, os paradoxos foram considerados "vilões" por muito tempo, suas contradições, efeitos confusos, conceitos e situações imprecisas, talvez tenham sido motivos para que atualmente seus estudos não tivessem tanto destaque, afinal, quem gostaria de estudar e se aprofundar em algo "contraditório" e ainda mais, algo que instabilizou a ciência matemática?

Pois bem, existem milhares de paradoxos desconhecidos, e que podem servir de instrumento pedagógico justamente para aulas de matemática. A aplicação da proposta pedagógica é um exemplo disso, a utilização de dois paradoxos foi capaz de trazer conhecimentos para alunos de 6° ano, acerca de estimativas, intuição, medições, dedução, conhecimentos sobre infinito, coisas inexplicáveis, mundo real/cotidiano e ainda interligar

ISSN 2675-5955
DOI: 10.48178/intersecao.v6i1.571

dois assuntos que de acordo com suas peculiaridades e ferramentas abordadas, podem ser considerados distintos.

Essa intervenção didática, foi de suma importância para o desenvolvimento desse artigo, a troca de conhecimentos e a busca por novas fontes e novos saberes, tornou a aula um espaço ainda mais aberto, produtivo e interativo. As turmas ficaram curiosas e encantadas com a descrição popular de cada paradoxo, e é justamente essa fonte que fascina, a correlação da linguagem popular com a linguagem técnica matemática, abraçando todos os níveis de ensino onde porventura pode ser aplicado.

Essa atividade pode, e deve, ser trabalhada tanto no Ensino Fundamental (anos finais), no Ensino Médio e também no Ensino Superior, bastando para tal que se façam adaptações quanto a profundidade com que o assunto será abordado. Acreditamos que o ato de ensinar matemática baseia-se tanto na Intuição como na Dedução, mas faz-se necessário abordar com os estudantes os aspectos positivos e negativos de ambos os métodos na construção do pensamento crítico/científico. Nesse sentido, a proposta de trabalhar com os Paradoxos Matemáticos é de grande valia.

Uma proposta então de continuidade abrange a discussão de como trabalhar esse conteúdo observando algumas questões: como introduzir um conteúdo matemático dentro do programa do Ensino Básico e do Ensino Superior? De que maneira iniciar a discussão sobre os Paradoxos? Qual a profundidade que deve ser aplicada em cada nível de ensino?

Referências

1. ABAR, Celina. Desenvolvimento da Lógica. Noções de lógica matemática, 2004. Disponível em: https://www4.pucsp.br/~logica/Desenvolvimento.htm. Acesso em: 06, dez. 2021.
2. A GRANDE CORRIDA: paradoxo de zenão | desbravando o infinito. Julia Jaccoud. Youtube, 2020. (12 min 55 seg). Disponível em: https://youtu.be/PqSB4yrjHrs. Acesso em: 10, set. 2020.
3. AUGUSTUS de Morgan. **Só Matemática**. Disponível em: https://www.somatematica.com.br/biograf/augustus.php. Acesso em: 06, dez. 2021.

4. BERNHARD Bolzano. **Só Matemática**. Disponível: https://www.somatematica.com.br/biograf/bolzano.php. Acesso em: 06, dez. 2021.
5. BERNS, Mauricio; WICHNOSKI, Paulo; MERLI, Renato Francisco. Implicações da filosofia da matemática na elaboração e mediação de tarefas matemáticas. **Ensino e tecnologia em revista**. Londrina, v.3, n. 2, p.3, dez. de 2005. Disponível em: https://periodicos.utfpr.edu.br/etr/article/download/9954/6669. Acesso em: 29.jul de 2020.
6. BEZERRA, Juliana. História da Matemática. **Toda Matéria**. Disponível em: https://www.todamateria.com.br/historia-da-matematica/. Acesso em: 06, dez. 2021.
7. CONNOR, JJ O'; Robertson, EF. Luitzen Egbertus Jan Brouwer. **MacTutor**. Disponível em: https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Brouwer/. Acesso em: 08, Set. 2020.
8. CORTELAZZO, Renata Campos de Freitas. O uso de paradoxos como possibilidade de aprendizado no ensino da matemática. **Scientiarum história XI**. Rio de Janeiro, ed.9, 2018. Disponível em: https://www.2018.sh.eventos.dype.com.br/resources/anais/8/1539748319_ARQUIVO_Ousodeparadoxoscomopossibilidadedeaprendizadonoensinodamatematica.pdf. Acesso em: 05, ago. 2020.
9. COSTA, C. F. da. **Por que resolver problemas na educação matemática? Uma contribuição da escola de Gestalt** (Tese de Doutorado). 220 f. 2008. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ. Disponível em: http://livros01.livrosgratis.com.br/cp076290.pdf. Acesso em: 05. dez. 2021.
10. DA SILVA, Marcos Aurélio Gomes. Influência da Filosofia na Matemática. **Portal Educação**. Disponível em: https://siteantigo.portaleducacao.com.br/conteudo/artigos/estetica/influencia-da-filosofia-na-matematica/10278. Acesso em: 06, dez. 2021.
11. FRAZÃO, Dilva. Biografia de Aristóteles. **eBiografia**, 2019. Disponível em: https://www.ebiografia.com/aristoteles/. Acesso em: 08, set. 2020.
12. FRAZÃO, Dilva. Biografia de George Boole. **eBiografia**, 2017. Disponível em: https://www.ebiografia.com/george_boole/. Acesso em: 08, set. 2020.

13. FRAZÃO, Dilva. Biografia de Immanuel Kant. **eBiografia**, 2020. Disponível em: https://www.ebiografia.com/immanuel_kant/. Acesso em: 08, set. 2020.
14. FRAZÃO, Dilva. Biografia de Platão. **eBiografia**, 2000-2020. Disponível em: https://www.ebiografia.com/platao/. Acesso em: 08, set. 2020.
15. GREGÓRIO, Sérgio Biagi. Russell, Bertrand. **Filosofia**. Disponível em: http://sbgfilosofia.blogspot.com/2020/02/russell-bertrand.html. Acesso em: 06, dez. 2021.
16. HOTEL de Hilbert. Conteúdos digitais, 2010. (10 min). Disponível em: https://youtu.be/pjOVHzy_DVU. Acesso em: 12, set. 2020.
17. KESSLER, W. O. B. Alguns aspectos epistemológicos de la matemática: ¿Es la matemática un lenguaje? **Educere**, 5(14), 236-240. 2001. Universidad de los Andes Venezuela, jul-set. Disponível em: https://www.redalyc.org/pdf/356/35601418.pdf. Acesso em: 06, dez. 2021.
18. KILHIAN, Kleber. O paradoxo do hotel Hilbert. **O baricentro da mente**, 2010. Disponível em: https://www.obaricentrodamente.com/2010/09/o-paradoxo-do-hotel-de-hilbert.html. Acesso em: 08, set. 2021.
19. KRINSKI, Francielle de Fátima. A matemática por trás dos paradoxos. Matemática **UNESPAR**. Paraná, 2014. Disponível em: http://matematicafafiuv.pbworks.com/w/file/fetch/88853162/A%20MATEM%C3%81TICA%20POR%20TR%C3%81S%20DOS%20PARADOXOS.pdf. Acesso em: 03. ago. 2020.
20. LAGES, Luiza. 5 paradoxos da lógica e da matemática. **Superinteressante**, 2014. Disponível em: https://super.abril.com.br/blog/superlistas/5-paradoxos-da-logica-e-da-matematica/. Acesso em: 04, dez. 2021.
21. LESSA, José Roberto. David Hilbert. **Infoescola**. Disponível em: https://www.infoescola.com/biografias/david-hilbert/. Acesso em: 08, set. 2020.
22. LESSA, José Roberto. Georg Cantor. **InfoEscola**. Disponível em: https://www.infoescola.com/biografias/georg-cantor/. Acesso em: 08, set. 2020.
23. 23. MACHADO, N. J. (2005). **Matemática e realidade**: análise dos pressupostos filosóficos que fundamentam o ensino da matemática (6ª ed.). São Paulo: Cortez. Acesso em: 22 de novembro de 2021.

ISSN 2675-5955
DOI: 10.48178/intersecao.v6i1.571

24. MENEZES, Pedro. O que é lógica? **Toda Matéria**. Disponível em: https://www.todamateria.com.br/o-que-e-logica/. Acesso em 06, dez. 2021.
25. MENEZES, Pedro. Zenão. **Toda Matéria**. Disponível em: https://www.todamateria.com.br/zenao/. Acesso em: 08, set. 2020.
26. MONDINI, Fabiane. O logicismo, o formalismo e o intuicionismo e seus diferentes modos de pensar a matemática. **UNESP. Rio Claro/SP**, p.2. 2008. Disponível em: http://www2.rc.unesp.br/eventos/matematica/ebrapem2008/upload/287-1-A-gt2_mondini_ta.pdf. Acesso em: 29. jul. 2020.
27. MONDINI, Fabiane. O logicismo, o formalismo e o intuicionismo e seus diferentes modos de pensar a matemática. **In XII EBRAPEM, 2008, Rio Claro. Anais do XII Ebrapem**. Disponível em: http://www2.rc.unesp.br/eventos/matematica/ebrapem2008/upload/287-1-A-gt2_mondini_ta.pdf. Acesso em: 05. dez. 2021.
28. NÓS, Rudimar Luiz; SENTONE, Francielle Gonçalves. Explorando paradoxos geométricos nas aulas de geometria. **Novas edições acadêmicas**. Paraná, v.1, maio de 2018. Disponível em: http://paginapessoal.utfpr.edu.br/rudimarnos/publicacoes/publicacoes/paradoxos_cnmac_2017.pdf. Acesso em: 03, ago. 2020.
29. PARADOXO de Russell. Matemática Universitária. Youtube, 2019. (6 min 03 seg). Disponível em: https://youtu.be/hSItxi_gpwU. Acesso em: 10, set. 2020.
30. PARADOXO do Barbeiro. **Só Matemática**. Disponível em: https://www.somatematica.com.br/paradoxos/barbeiro.php. Acesso em: 04, dez. 2021.
31. PARADOXOS Matemáticos. **Só Matemática**. Disponível em: https://www.somatematica.com.br/paradoxos.php. Acesso em: 06, dez. 2021.
32. PORFIRIO, Francisco. O que é Filosofia? **Brasil Escola**. Disponível em: https://brasilescola.uol.com.br/filosofia/o-que-e-filosofia.htm. Acesso em 06, dez. 2021.
33. PORFIRIO, Francisco. Tales de Mileto. **Brasil Escola**. Disponível em: https://brasilescola.uol.com.br/biografia/tales-de-mileto.htm. Acesso em 06, dez. 2021.

34. VARÃO, Régis. (Fantástico mundo matemático). O Paradoxo de Russell derrubou a matemática, mas Ernst Zermelo a tirou do chão. Youtube, 2020. (2 min 29 seg). Disponível em: https://youtu.be/AQTTYAM8BF0. Acesso em: 08, set. 2020.
35. RIZZATO, Fernanda Buhrer. Augustus de Morgan. **Imática**, 2008. Disponível em: http://www.matematica.br/historia/demorgan.html. Acesso em: 08, set. 2020.
36. SANTIAGO, Emerson. M.C Escher. **InfoEscola**. Disponível em: http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2000/icm33/Escher.htm. Acesso em: 07, dez. 2020.
37. SALES, Sargi. Paradoxo sorites e a incoerência da linguagem natural. Rio de Janeiro: Youtube, 2020. (18 min.). Disponível em https://youtu.be/zNSqYO_vahs. Acesso em: 08, set. 2020
38. SILVA, Carla Manoella Grangeiro da. Paradoxo do Hotel Infinito de Hilbert. 2016. **Professora Manuka**. Disponível em: http://www.professoramanuka.com.br/2016/10/paradoxo-do-hotel-infinito-de-hilbert.html. Acesso em: 11, ago. 2020.
39. STRECKER, Heidi. Paradoxo - Zenão e os argumentos lógicos que levam a conclusão falsa. **Uol**. Disponível em: https://educacao.uol.com.br/disciplinas/filosofia/paradoxo-zenao-e-os-argumento-logicos-que-levam-a-conclusao-falsa.htm. Acesso em: 08, set. 2020.

ISSN 2675-5955
DOI: 10.48178/intersecao.v6i1.571